

金融市场微观结构——核心讲义（中文精译版）

来源：Egor Starkov（哥本哈根大学经济学系）《Financial Markets Microstructure》Spring 2025 课程

教材：Foucault, Pagano & Röell (2013), *Market Liquidity* (FPR)

本讲义精选对期货/订单流交易者最有实战价值的 9 讲：L2、L4、L5、L6、L7、L9、L10、L11、L16

第 2 讲：价格与流动性（FPR 第 2 章）

1. 基本面价值（Fundamental Value）

- 我们假设股票存在“客观”的基本面价值。买卖决策就变成：“当前价格高于还是低于基本面价值？”
- **粗答**：基本面价值 = 预期折现现金流（expected discounted cash flow），受研发、治理、营销、竞争等因素影响，也受投资者偏好（折现率、风险厌恶、收入结构）影响。
- **细答**：资产定价（asset pricing）研究“在完美市场下资产价格如何相对确定”。
- **微观结构研究的问题**：把“基本面价值”当作已知，分析它在“现实市场”中如何转化为价格。市场价与基本面价值的偏离两大来源：**泡沫**与**流动性不足**。
- 双向问题（价格发现，price discovery）：“能从市场价格中提取多少关于基本面价值的信息？”

2. 什么是流动性（Liquidity）

- **完美市场**：只有一个价格 = 估值临界点。估值高于临界点的人买入/持有，低于的人卖出/不买 → 有效配置。
- **现实市场**：买卖价差偏离理想临界值（因流动性有限）→ 配置无效率。
- **市场流动性定义**：“市场促使资产被**快速**出售（换取现金）而不必**大幅降价**的能力”。不是每个想交易的人都在同一时刻在场。
- 流动性不仅取决于外生参数，还取决于交易者的内生行为。

不要混淆的三个概念

1. **融资流动性（funding liquidity）**：“经济主体以可接受条件获取现金/信贷、履行义务而不造成大损失的能力”。银行“流动性受限”= 手头现金不足以应付提款需求（尽管资产足够）。你的工资两天后才到但要今天交房租，也是流动性受限。
2. **货币流动性（monetary liquidity）**：“资产被交换为商品的能力”。流动性从高到低：现金 → 活期存款 → 长期存款 → 房产.....

3. 为什么关心流动性？

- **交易者**：流动性 = 交易成本的度量，决定一个理论策略落地执行的成本。
- **监管者**：① 效率难以直接测量，流动性是代理指标；② 流动性差的市场更容易出现价格中期偏离基本面；③ 流动性不足可能是市场结构问题的信号。
- 与**深度（depth）**的关系：深度度量“需要交易多少量才能使价格移动一定幅度”≈ 流动性对交易规模的敏感度。

4. 流动性度量指标

4.1 报价价差 (Quoted spread)

- 设 a_t (best ask, 最优卖价)、 b_t (best bid, 最优买价)。
- 报价价差: $S_t = a_t - b_t$ (交易者在 t 时刻面对的同时价差)。
- 归一化报价价差: $s_t = S_t / m_t$, 其中中间价 $m_t = (a_t + b_t) / 2$ 。
- 一般化到交易量 q : $S_t(q) = a_t(q) - b_t(q)$ (q 单位成交的平均价差)。

4.2 有效价差 (Effective spread)

- 假设每期成交一笔市价单; d_t = 交易方向 (+1 买方发起, -1 卖方发起); p_t = 成交价。
- 有效 (半) 价差: $S_t^e = d_t(p_t - m_t)$, $s_t^e = S_t^e / m_t$ 。
- 回顾性指标: 衡量上一个交易者实际面对的价差; 把成交价与成交前一刻的中间价比较 → 度量“价格冲击”, 捕捉“价格改善”。

4.3 实现价差 (Realized spread)

- $S_t^r = d_t(p_t - m_{t+\Delta}) = d_t(p_t - m_t) - d_t(m_{t+\Delta} - m_t)$
- 持有 Δ 期的人实际实现的价差: 度量“价格对新信息调整完之后”的价差。
- 前瞻性视角: 若 $E_t[m_{t+\Delta}] = m_t$, 则 $E_t[S_t^r] = S_t^e$ 。
- 回顾性视角: 通常**小于**有效价差——为什么? 因为成交后价格会向不利方向调整 (信息冲击被实现价差扣除)。

4.4 三种价差的用途

- **报价价差、有效价差**对交易者更实用: 报价价差 = 现在报价的成交成本; 有效价差 = 上一笔交易者的成交成本。两者是执行市价单成本的 (不完美) 度量。
- **实现价差**对做市商/流动性提供者和研究者更相关: 度量持有一个仓位 (多或空) 一段时间的成本; 也可解释为**交易对价格的长期 (信息性) 冲击**。

5. 交易方向估计

5.1 Lee-Ready 算法 (Lee & Ready 1991)

只能观测到报价和成交价、看不到交易方向时使用:

- 若 $|p_t - a_t| < |p_t - b_t| \rightarrow d_t = +1$ (买方发起)
- 若 $|p_t - a_t| > |p_t - b_t| \rightarrow d_t = -1$ (卖方发起)
- 若 $p_t = m_t$ (成交在中间价): $p_t > p_{t-1}$ 则 +1, 否则 -1。

5.2 Lee-Ready 精度 (Odders-White 2000)

- 大样本测试 (144 只纽交所股票、3 个月、40 万+笔交易): **85% 正确**。
- 出错最多的情形: 中间价成交、小额交易、大盘股/高频交易股票。

6. 只用成交价估计价差: Roll 模型 (Roll 1984)

假设：① 每笔交易等量， $d=+1$ 买 / $d=-1$ 卖；② 订单 i.i.d., $P(d_t=1)=1/2$ ；③ 中间价为随机游走 $m_t = m_{t-1} + \varepsilon_t$ ；④ 市价单不携带信息 $E(d_t \varepsilon_t) = E(d_t \varepsilon_{t+1}) = 0$ ；⑤ 价差 $S = a_t - b_t$ 恒定。

- 则 $p_t = m_t + d_t S/2$ 。

- Roll 观察到： $\Delta d_t = d_t - d_{t-1}$ 是均值回复的（从卖转为买之后必然反向），由此：

****Cov($\Delta p_t, \Delta p_{t-1}$) = $-S^2/4$ ****

- 因此估计量：**** $S_t^R = 2\sqrt{-\text{Cov}(\Delta p_t, \Delta p_{t-1})}$ ****。

- 直觉：若 $\Delta d_t > 0$ （从卖单变买单），下一次变动必然相反 → 相邻价格变动负相关，负协方差来自价差本身。

7. 价格冲击 (Price impact)

- 交易如何影响价格？**** $\Delta m_t = \lambda \cdot q_t + \varepsilon_t$ ****， q_t 为 t 期订单不平衡 (order imbalance)。**** λ = 价格冲击系数， $1/\lambda$ = 市场深度****。

- ****Hasbrouck 度量 (γ) ****： $|\Delta m_t| = \gamma \cdot \text{Vol}_t + \varepsilon_t$ ，收益对成交量的敏感性。适用于单笔交易；若 t 聚合多笔交易则 γ 难解释。

- ****Amihud 度量 (I_t) ****：非流动性比率 **** $I_t = |\Delta m_t| / \text{Vol}_t$ ****（收益除以成交量）。

- ****警告****：Hasbrouck 和 Amihud

度量用在聚合数据上意义有限，但这恰是最常见用法。Hasbrouck 度量诞生时是为处理 1983 年前的日度聚合数据。****结论：有能直接估计 λ 的数据就不要用 γ 或 I 。****

8. 执行度量 (Implementation measures)

- 现实执行 vs "纸面交易"（事后看本可做的交易）。

- 经典案例 (Perold 1988)：1965–1986 年，按 Value Line 评级构建的纸面组合每年跑赢市场 20%，而真实基金每年仅跑赢 2.5% → ****执行质量至少与投资想法本身同等重要****。

8.1 VWAP (成交量加权平均价)

- **** $VWAP = \sum w_i \cdot p_i$ ****，权重 $w_t = |q_t| / \sum |q_t|$ （订单 i 的量占比）。

- = 总成交美元 / 总成交股数（平均成交价）。交易者拿自己的成交价与 VWAP 比，评估交易相对市场的优劣。

- 缺点：可能过度取决于少数大单 → 易被操纵。

8.2 执行缺口 (Implementation shortfall, IS)

- 目标 (0 时刻)：以现价 m_0 （中间价）净买入 q 股。

- 到 t 时刻：执行了比例 κ_t ，平均执行价 p_t 。已实现交易收益 = $\kappa_t \cdot q(m_t - p_t)$ ；无冲击立即执行的理想收益 = $q(m_t - m_0)$ 。

- 差额即执行缺口：**** $IS_t = q(m_t - m_0) - \kappa_t \cdot q(m_t - p_t) = \kappa_t \cdot q(p_t - m_0) + (1 - \kappa_t) \cdot q(m_t - m_0)$ ****

- 解释：****执行成本 + 机会成本****。

- Anand et al. (2012)：顶尖机构交易平台执行缺口持续为负。"交易策略不只是选个经纪商"——何时交易、交易多少、如何应对市场波动同样重要。

9. 其他度量与结论

- 成交量、交易频率也可用。限价单的成交等待时间是另一种度量但难用（取决于订单规模、历史交易者意图）。
- 指标之间可能互相矛盾：成交量与价差都和信息发布正相关；波动率在非常流动和非常不流动的市场中都低。
- ****结论****：没有完美方法——取决于交易规模、时间跨度、交易动机。流动性在一天内持续变化，在大事件前后骤变。

第 4 讲：信息性订单流 (FPR 3.1–3.3)

1. 课程全景

- ****第 1 部分（建立模型）****：做市商模型①
Glosten-Milgrom（固定交易量、贝叶斯法则、逆向选择）；做市商模型②
Kyle（可变交易量、市场深度、流动性决定因素、存货风险）；限价订单簿（Glosten 静态模型：随机市价单需求；Parlour 动态模型：内生市价单需求）。
- ****第 2 部分（应用模型）****：市场碎片化（成本与收益）；透明度（搜索成本与订单流透明度）；流动性价值；流动性与公司政策。
- ****第 3 部分（专题）****：高频交易（Biais et al.、Budish et al.）；公共信息与最优披露；泡沫、羊群行为与公共知识。

2. 流动性的决定因素

- 上周说流动性不足 = 市场稀薄（同时在场交易者太少）。但如果仅此而已，解决效率问题很 trivial：约定同一时间交易（农产品集市就这么干！）或多加做市商（很多市场这么干！）。****这能收窄价差但无法消除它。****
- 那么除了市场稀薄，什么驱动价差？先要弄清什么驱动价格。

3. 价格的决定因素

- 价格 = 市场出清的结果。两个选项：所有人对资产价值一致 → 不交易（现实中不成立）；交易者估值不同 → 价格出清供需。
- 本课程假设：所有人对****基于基本面****的未来现金流一致同意。□ 交易的原因：
 1. 同一现金流的价值因人而异（个人偏好）；
 2. 风险：优化风险暴露；
 3. （融资）流动性：有人缺现金、有人现金过剩；
 4. ****交易者掌握关于基本面的私人信息****。
 - （现实中人们做决定噪声很大，Kahneman et al. 2021《噪声》）。

4. 信息类型

- ****公共信息****：公布时价格可能直接移动、无需交易。
- ****私人信息****：被部分交易者掌握 → 通过交易行为透露出来。
- 注意法律与学术定义差异：法律上“内幕信息”= 仅少数人可得的信息，据此交易多数辖区非法；学术上“私人信息”= 某些人更擅长分析公开信息，从而对基本面有更好的判断（合法）。

案例：Alchian 博士如何“造出”氢弹（首次事件研究）

1950 年代他想知道政府氢弹里用的裂变材料。查商务部年鉴找到生产钚、铀、铍的公司，打电话问投行股价，发现五只股票中一只从 \$2 涨到 \$10 → 写报告传阅，第二天被兰德领导要求封存。“这就是第一次事件研究。”

5. 信息效率的类型（EMH）

- **弱式**：价格反映历史（价格）信息。
- **半强式**：价格反映所有公共信息。
- **强式**：价格反映所有公共 + 私人信息。

EMH 的问题

1. **无交易定理**（Milgrom & Stokey 1982）：若交易者只有私人信息且只关心基本面，没人应该交易。
2. **GS 信息悖论**（Grossman & Stiglitz 1980）：若市场信息有效，价格已反映所有私人信息 → 没人有动力（花钱）获取信息。
3. **波动率**：价格波动太大，无法仅由公共新闻解释。
4. **过程**：信息如何进入价格？若每个代理有私人信号但知道价格已包含所有人信息，最优策略是忽略自己信号——但如果所有人都忽略信号，价格又无法携带信息。
 - 所以课程不把 EMH 当公理，而是看它能否在模型中**内生**出现。

6. 数字化：信息效率

- 信息集 Ω_t (t 时刻市场公共知识)， $\Omega_{t+1} = (\Omega_t, I_{t+1})$ (完美记忆)。
- 市场对资产的估值 = 基于信息的基本面条件期望： $\mu_t = E[v | \Omega_t]$ (v = 折现现金流之和)。
- **信息效率** $p_t = \mu_t = E[v | \Omega_t]$ (Ω_t 是“市场知识”，故效率理解为半强式)。
- 估值的“创新”是随机变量： $\varepsilon_{t+1} = \mu_{t+1} - \mu_t$ ，且 $E[\varepsilon_{t+1} | \Omega_t] = 0$ (鞅差)。
- 效率下价格创新 = 估值创新： $p_{t+1} - p_t = \varepsilon_{t+1} \rightarrow E[p_{t+1} | \Omega_t] = p_t$ ：价格是鞅 (martingale)。
- 可检验的含义：**若价格变动不是随机的 → 价格无效**。（对订单流交易者：可预测性就是信号）

7. Glosten & Milgrom (1985) 模型——逆向选择驱动价差的经典模型

模型设置

- 每期两个玩家：交易者 + 做市商 (dealer)。做市商长期存活，交易者每期都是新的。
- 一个资产，基本面价值 v 未知，共同先验 $v \sim F(v)$ 。
- **交易者**：投机者 (知情) 或噪声交易者 (不知情)，可提交市价单 $d_t \in \{+1, -1\}$ 买卖一单位 (或 $d_t=0$ 不交易)。
- 投机者 (概率 π)：有 v 的私人信息 (通常假设精确知道 v)；风险中性，最大化期望利润 $d_t \cdot (v - p_t)$ 。
- 噪声交易者 (概率 $1-\pi$)：无私人信息，因对冲/流动性等原因交易；固定策略： β_B 概率买、 β_S 概率卖、其余不交易。（此假设仅为简化，该策略可以完全理性。）
- **做市商**：风险中性；每期愿意交易一单位；设定买卖价 (单单位的 bid/ask)；**先报价后见单** (限价单)；不知道对方是投机者还是噪声交易者 (但知道

π)；竞争性：价格 = 基于信息的资产价值条件期望。

- ****均衡****：买卖价 + 投机者策略，满足：① 价格竞争性（做市商零利润）；② 投机者最优反应（最大化期望收益）。

做市

- 卖价 $a_t = E[v | \Omega_{t-1}, \text{Buy}]$ （若下一单是买入）；买价 $b_t = E[v | \Omega_{t-1}, \text{Sell}]$ 。
- 完全竞争 $\rightarrow$ 两种交易各自零期望利润 $\rightarrow$ 价格 = 条件期望。

知情交易

- 投机者知道 v ，对 (a_t, b_t) 的最优反应（假设 $a_t \geq b_t$ ）：
- $v > a_t \rightarrow$ 买入； $v < b_t \rightarrow$ 卖出； $b_t < v < a_t \rightarrow$ 不交易。

均衡求解（二值示例）

- 单期， $v \in \{v_H, v_L\}$ ，先验 $\theta = P(v_H)$ 。先验估值 $\mu = \theta \cdot v_H + (1-\theta) \cdot v_L$ 。
- 找存在交易的均衡：假设 $v_L < b < a < v_H \rightarrow$ 投机者高值买、低值卖。
- 贝叶斯更新： $P(\text{Buy} | v_H) = (1-\pi)\beta_B + \pi$ ； $P(\text{Buy} | v_L) = (1-\pi)\beta_B$

$$P(v_H | \text{Buy}) = \theta[(1-\pi)\beta_B + \pi] / [(1-\pi)\beta_B + \pi\theta]$$

- 卖出价：**** $a = \mu + [\theta(1-\theta)\pi / ((1-\pi)\beta_B + \pi\theta)] \cdot (v_H - v_L)$ ****
- 买入价：**** $b = \mu - [\theta(1-\theta)\pi / ((1-\pi)\beta_S + \pi(1-\theta))] \cdot (v_H - v_L)$ ****

核心结论（价差来源）

- 价差 $S = a - b$ ，其中：
- **** S 随 π 增大而增大****：知情交易越多 $\rightarrow$ 逆向选择越严重。
- 随 $\beta_B + \beta_S$ 增大而减小：噪声交易越多，做市商越敢报窄价。
- 若 $\beta_B = \beta_S = 1/2$ ： S 随 $\theta(1-\theta)$ 增大（做市商对 v 的先验不确定性越大 $\rightarrow$ 价差越大）；也随 $(v_H - v_L)$ （基本面波动幅度）增大。

价格发现

- 回到多期：每期交易一单位， v 持久。订单流携带信息 $\rightarrow$ 交易对价格有****长期影响****；做市商不断学习，**** $p_t \rightarrow v$ ****（长期强式有效）。
- 价格发现速度随 π 增大。****流动性与价格发现之间存在取舍****（trade-off）。

GM 模型总结

1. ****信息、价格与价差****：价格反映交易揭示的信息；价差随信息不对称（逆向选择）与资产价值不确定性增大。
2. ****信息效率****：价格始终半强式有效，长期强式有效。
3. ****噪声交易****：噪声交易维持市场流动性、改善价差；知情投机扩大价差但改善价格发现——监管者的两难。
 - 优点：分析相对简单、灵活；缺点：固定交易量、只交易一次、无转售。

第 6 讲：流动性与价格动态（FPR 3.4–3.7）

1. 价差的其他驱动因素

- 除了逆向选择，还有两类驱动价差的因素：
- **订单处理成本 (order-processing costs)**：交易所交易费、清算与结算费（通过中央对手方 CCP）、后台运营开支（如做市商租金）。
- **做市商存货风险 (inventory risk)**。
- 这些成本必须由交易者补偿，因此进入价差。

2. 订单处理成本如何影响价差

- 设 $\mu_t \equiv E[v|\Omega_t]$ 为观察到 t 期订单后的期望值； s_t^a 、 s_t^b 为“半价差”。GM 模型中： $a_t = \mu_{t-1} + s_t^a$ ， $b_t = \mu_{t-1} - s_t^b$ 。
- 若做市商有订单成本 γ 并直接转嫁给交易者： $a_t = \mu_{t-1} + \gamma + s_t^a$ ； $b_t = \mu_{t-1} - \gamma - s_t^b$ 。
- 新价差： **$S_t = a_t - b_t = 2\gamma + s_t^a + s_t^b$** （订单成本 2γ + 逆向选择成本 $s_t^a + s_t^b$ ）。
- 关键：订单成本的**瞬时效应**与逆向选择成本相似，但**动态效应不同**。

3. 价差的动态学（订单成本是暂时的，逆向选择是永久的）

- $d_t = +1$ 买方发起， -1 卖方发起； $s(d_t)$ 为随交易方向变化的逆向选择半价差。
- 成交价： $p_t = \mu_{t-1} + (s(d_t) + \gamma) \cdot d_t$ ；且 $\mu_t = \mu_{t-1} + s(d_t) \cdot d_t$ （估值只被逆向选择部分更新）。
- 因此 **$p_t = \mu_t$ （更新后估值） + $\gamma \cdot d_t$ （订单成本）**。
- **短期效应**： $p_t - \mu_{t-1} = (s(d_t) + \gamma) \cdot d_t$ （含订单成本）。
- **长期效应**： $E_t[p_{t+s}] - \mu_{t-1} \approx \mu_t - \mu_{t-1} = s(d_t) \cdot d_t$ （订单成本项消失）。
- **核心结论**：订单成本对价格的影响是暂时的，会被后续交易反转；逆向选择项的影响是永久的。
- **（实战意义：DOM 上吃单后价格的“回撤”对应订单成本/临时冲击，而方向性偏移对应信息冲击。）**

4. 存货风险 (Inventory risk)

4.1 直觉

- 非流动性也可能源于做市商的资产存货成本：持有存货有风险，做市商调整报价以解除累积的存货（holding inventory is risky, dealers adjust quotes to unwind）。
- 教材用 Stoll (1978) 模型，本课用 GM 模型的扩展版（不在书里）。

4.2 GM 存货风险版 (GM-IRE)

- 假设无投机者 ($\pi = 0$)，但有公共新闻： $\mu_{t+1} = \mu_t + \varepsilon_t$ ($\mu_t = E[v|\Omega_t]$)；噪声交易者照旧。
- 做市商有股票存货 z_t 和现金 c_t ；风险厌恶。用均值-方差偏好： **$U(w_{t+1}) = E[w_{t+1}] - (\rho/2) \cdot V(w_{t+1})$** ，其中 $w_t = z_t \cdot \mu_t + c_t$ ， $\rho > 0$ 为风险厌恶系数（等价于正态收益下的 CARA 效用）。
- 设 $E[\varepsilon_t] = 0$ ， $V(\varepsilon_t) = \sigma^2$ 。

4.3 报价（零利润条件 = 交易后效用不变）

- $U(w_{t+1}|\text{Buy}) = U(w_{t+1}|N) \square a_t = \mu_t - \rho\sigma^2 z_t + (\rho/2)\sigma^2$
- $U(w_{t+1}|\text{Sell}) = U(w_{t+1}|N) \square b_t = \mu_t - \rho\sigma^2 z_t - (\rho/2)\sigma^2$
- **价差 $S_t = \rho\sigma^2$ **：因为做市商风险厌恶而为正；随风险厌恶 ρ 和资产波动率 σ^2 增大而增大。
- **中间价 $m_t = \mu_t - \rho\sigma^2 z_t$ **：取决于存货 z_t 。做市商为承担资产头寸索要风险溢价。
- ★ 重点：**这里的不是有效的**（偏离基本面价值）。这种无效率原则上会诱使交易者提交"正确"的订单——套利！（此模型中不存在，因为假设交易者无策略性、对价格不敏感。）

5. 总结

- 价差不仅由逆向选择驱动：**订单处理成本和存货风险**同样起作用。
- 一旦加入这些新因素，**价格有效性丧失**。
- 如何区分哪种因素更重要？看它们的**长期效应**（订单成本暂时、逆向选择永久、存货风险影响中间价位置）！

第 7 讲：深度的决定因素（FPR 第 4 章）

1. 价格与交易规模

- 大单的价差更大、价格偏离有效水平更远 → 市场深度有限。为什么？
- 1. **逆向选择**：大单意味着更多/更强的消息；
- 2. **存货风险**：大仓位有风险、做市商需要更久才能解除 → 要求更高溢价；
- 3. **不完全竞争的做市商**：市场势力允许做市商设更宽价差、更陡（或更平）的定价表；
- 4. **订单处理成本**：随总订单规模可能增也可能减（每股成本）。

2. Kyle (1985) 模型——深度与逆向选择的经典模型

2.1 设定

- 集合竞价 (call auction)：订单来自一个大投机者和一群噪声交易者，由一个做市商出清。
- **投机者**（知情交易者）：有私人信息，提交"大额"投机市价单；**策略性缩减订单规模以降低价格冲击**；躲在提交随机规模订单的噪声交易者后面。
- **做市商**：风险中性、竞争性（零利润）；**批量出清**（vs GM 的逐笔）；无法区分一批订单中哪些是投机单。
- 资产：单风险资产 $v \sim N(\mu, \sigma_v^2)$ 。投机者看到真实 v （完美信息），下市价单 x ；若以价格 p 成交，收益 $x(v-p)$ ；选 x 时不知道 p ，最大化期望收益（给定 $E[p|x]$ ）。
- 噪声交易者：随机需求 $u \sim N(0, \sigma_u^2)$ 。
- 做市商提交供给表："若订单不平衡为 $q = x + u$ ，我在价格 p 吸收它。"观察到总量 q 但看不到 x 和 u 。竞争零利润：** $p = E[v|q]$ **。假设 u 与 v 联合正态且独立。
- **时机**：① 期初：投机者选规模 x ，噪声交易者提交 u ，做市商提交价格表 (q, p) ；② 给定总订单 $q = x + u$ 决定市场价 $p(q)$ ；③ 期末实现收益。

2.2 线性均衡

- 找线性均衡：投机者策略 $x = \beta(v - \mu)$ (β 内生，度量投机者的**进攻性**)。
- 做市商观察到 $q = x + u = \beta(v - \mu) + u$ ，要估计 v 。

2.3 正态更新速查

- 先验 $x \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$ ，精度 $\tau_x \equiv 1/\sigma_x^2$ 。观测信号 $y = x + \varepsilon$ ($\varepsilon \sim N(0, 1/\tau_\varepsilon)$)。
- 后验精度 $\tau_{x|\varepsilon} = \tau_x + \tau_\varepsilon$ ；后验均值按精度加权： $x|y \sim N((\tau_x \mu_x + \tau_\varepsilon y)/(\tau_x + \tau_\varepsilon), 1/(\tau_x + \tau_\varepsilon))$ 。

2.4 推导 $v|q$

- 本模型中： $q = \beta(v - \mu) + u$ ，信号 $q|v = q/\beta + \mu = v + u/\beta$ ，精度 $\tau_{q|v} = \beta^2/\sigma_u^2$ 。
- $v|q \sim N(\mu + [\beta\sigma_v^2/(\beta^2\sigma_v^2 + \sigma_u^2)] \cdot q, (1/\sigma_v^2 + \beta^2/\sigma_u^2)^{-1})$

2.5 做市商定价（零利润）

- $p = E[v|q] = \mu + \lambda q$ ，其中 $\lambda \equiv \beta\sigma_v^2/(\beta^2\sigma_v^2 + \sigma_u^2) = \text{Cov}(v, q)/V(q)$ 。
- λ = 价格冲击系数； $1/\lambda$ = 市场深度。

2.6 投机者最优（垄断类比）

- 投机者视定价规则 $p = \mu + \lambda q$ 为给定：利润 $\Pi(x) = x(v - p) = x(v - \mu - \lambda x - \lambda u)$ ；期望利润 $E[\Pi(x)] = x(v - \mu - \lambda x)$ ($E[u]=0$)。
- 一阶条件： $v - \mu - 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \beta(v - \mu)$ ， $\beta = 1/(2\lambda)$ 。
- 线性策略确是最优！类比垄断问题：多交易（赚更多）vs 更好价格（价差冲击）的权衡。

2.7 闭合均衡（系数匹配）

- $1/(2\beta) = \lambda = \beta\sigma_v^2/(\beta^2\sigma_v^2 + \sigma_u^2) \Rightarrow \beta^2\sigma_v^2 + \sigma_u^2 = 2\beta^2\sigma_v^2$
- $\beta = \sigma_u/\sigma_v$ ， $\lambda = \sigma_v/(2\sigma_u)$ 。

2.8 均衡性质

- 投机者更激进 (β 更大) 当：① 信息优势 σ_v 更小（信息优势小 $\rightarrow$ 越要快点用掉）；② 背后噪声更多 σ_u 更大（更多掩护）。
- 市场深度： $1/\lambda = 2\beta = 2\sigma_u/\sigma_v$ ——知情交易越少、噪声交易越多，市场越深。
- 投机者事前（看到 v 之前）期望收益 $= \beta\sigma_v^2/2 = \sigma_v \cdot \sigma_u/2 > 0$ （可放弃交易，故为正）。竞争性风险中性做市商零利润；噪声交易者亏损（同 GM）。
- 做市商后验方差 $V(v|q) = 1/(1/\sigma_v^2 + \beta^2/\sigma_u^2) = \sigma_v^2/2$ ——恰好先验方差的一半：内部人揭示了自己一半的信息。

2.9 Kyle 模型总结

- 知情交易是市场深度有限的一个来源；内部人总是揭示一半信息。
- 优点：交易选择更丰富，交易者非价格接受者；缺点：仍无转售。

3. 带存货风险的 Kyle 模型

- 假设无知情交易 ($x = 0$)；资产 $v \sim N(\mu, \sigma_v^2)$ 。

- 做市商对下期财富有均值-方差偏好: $U(w_{t+1}) = E[w_{t+1}] - (\rho/2)V(w_{t+1})$, $w_{t+1} = (z_t - q_t)v + q_t p_t$ (初始存货 z_t)。

- 做市商把市场价 p 当给定, 选择卖出量 $q(p)$ 最大化:

$$\max_q \{ (z_t - q)E[v] + qp - (\rho/2)(z_t - q)^2 V(v) \}$$

- FOC: $p - \mu + \rho(z_t - q)\sigma_v^2 = 0 \Rightarrow q(p) = z_t + (p - \mu)/(\rho\sigma_v^2)$ 。

- 市场出清 $q(p) = u$, 反解定价表: $p(q) = \mu + \rho\sigma_v^2(q - z_t)$ 。

- 要点:

1. **深度有限** (由做市商在给定价格下愿意交易的量决定);

2. 尽管交易者在此模型中完全对价格不敏感, 深度仍然有限!

3. 价格冲击取决于资产风险 σ_v^2 和做市商风险厌恶 ρ ;

4. **中间价**取决于 z_t (存货)。

- 与 GM 存货风险版结论相同。教材还研究异质 ρ 的多个做市商、不完全竞争做市商版本。

4. 扩展

1. **动态**: 完全动态模型中, 内部人每期揭示的信息**少于**一半——为了更好利用信息优势。连续交易极限 $[0, T]$ 下 $V(v|q_0, \dots, q_t) \approx (T-t)\sigma_v^2/T$: 方差随时间线性下降。这就是**大单拆单** (把大交易分散到时间上) 的模型——机构算法拆单的理论基础。

2. **多个内部人**: 更多内部人 $\rightarrow$ 竞争更激烈、更激进 $\rightarrow$

市场更流动、揭示更多信息。动态多内部人模型: 共同信息出现时竞相抢跑交易。

3. **不完全竞争做市商 (Cournot 式)**: 有限个做市商 $k=1..K$, 每个供给 $y_k = \varphi(p - \mu)$; 均衡 $p = \mu + \lambda q$, $\lambda = \alpha(K-1)/(K-2) > \alpha$ ——做市商越少, 价格冲击越大。

4. **交易成本**: 在 GM 中 trivial, 在 Kyle

中技术与概念上都很困难 (不知道有多少笔交易、总成交量; 即使把成本设为订单不平衡 $|q|$ 的线性函数都难)。

第 9 讲: 限价订单簿 LOB (一) (FPR 6.1–6.2)

1. 背景

- 现代市场大多是订单驱动 (order-driven); 有些交易所把 LOB 与做市商结合。

- 用做市商模型起步有概念上的便利: "做市商"是"市场"的抽象——**流动性需求者** (下市价单) 跟谁交易其实无所谓。

- 但 LOB 中**流动性供给**大不相同:

1. 交易者可以选择供给还是需求流动性 (限价单 vs 市价单) ——限价单用于交易不应该比市价单差;

2. 限价单价格更好但要承担**执行风险**;

3. 选择限价单后, 交易者面对的**信息环境**与做市商不同 (做市商更了解市场动态);

4. **歧视性定价**: 限价单按各自报价成交, 而做市商可以统一价格清掉全部。

- LOB 建模难点: 动作集大 (买卖限价单/市价单、数量、限价单价格); 动态相关 (何时提交、何时撤单重挂——限价单可能不成交); LOB

状态丰富 (决策依赖簿中其他单子); 私人信息不仅影响估值, 还影响对 LOB 演化的预期。

2. Glosten 连续模型

- 单一资产，未知价值 v (cdf $G(v)$)。聚焦卖盘 (ask side, 限价卖单 vs 市价买单)。
- 假设连续统的竞争性限价交易者，每人提交无限小的单子。
- 记 $p(q) \equiv$ 第 q 单位的价格 (价格优先 $\rightarrow$ 随 q 递增)。市价买单规模 q 将"爬上订单簿"，最后一点在 $p(q)$ 成交。买量 q 的总支付 $P(q) \equiv \int_0^q p(q') dq'$ ；平均单价 $p(q) = P(q)/q =$ (逆) 供给曲线。
- 小测验：Kyle 模型中做市商报的是边际价 $p(q)$ 还是平均价 $p(q)$ ？(Kyle 报的是平均价 $p(q) = E[v|x=q]$)
- **市价单交易者** (每期一个，同 GM/Kyle)：总效用 $U(x|v)$ (随 v 递增、对 x 递增且凹、交叉导数为正)。需求 x 满足 $\max_x \{U(x|v) - P(x)\} \Rightarrow U'(x|v) = P'(x) = p(x)$ 。
- **限价交易者** (竞争性)：每人挂一单位限价单。第 q 单位的限价 $p(q)$ 只有在 $x \geq q \Rightarrow U'(x) \geq p(q)$ 时才会成交。竞争均衡下：** $p(q) = E[v | x \geq q]$ **——交易价格 = 被交易资产的期望价值；有趣的是条件事件本身。
- v 与 x 的正相关 $\Rightarrow$ ** $p(q) = E[v|x \geq q] > E[v|x = q]$ **。
- **含义**：
 1. 做市商在最后几单位的卖出上 (事后) 盈利；实际成交小 ($q \approx 0$) 时做市商总盈利；
 2. 即使价格连续，买价卖价之间仍有**非零的最内侧价差 (inside spread)**，即使订单规模趋近于零——与 Kyle 形成对比 (Kyle 中连续价格 + 竞争做市商 $\rightarrow$ 无限深度)；
 3. 交易规模 q 之后，新期望资产价值低于 $p(q)$ ：新估值 $\mu = E[v|x=q] < E[v|x \geq q] = p(q)$ 。新限价单常挂在 $p(q)$ 之下 $\rightarrow$ **价格反转 (price reversal)**。
- ★ 结论：限价交易者扮演做市商角色但面对不同信息环境 $\rightarrow$ 行为不同 $\rightarrow$ 市场结果不同。竞争性限价交易者事后可能赚或亏 (取决于与什么订单成交)，但平均零利润。

第 10 讲：限价订单簿 LOB (二) (FPR 6.2–6.3)

1. Tick (最小价格变动单位)

- 价格通常是离散的，必须在某个 tick 上——tick 大小 = 价格增量。例：纽交所 1997 年 6 月前股价 $\$1/8$ ，监管压力下先降到 $\$1/16$ ，2000 年降到 1 美分。
- 有 tick 时，**优先的限价单可以盈利** (因为无法"边际削价"竞争)。

2. 离散 Glosten 模型

设定

- 资产 $v \sim G$ ；市价单 x 与 v 相关；价格网格离散： A_k 是最低价格 tick (在 μ 之上)，tick 大小 $A_k - A_{k-1} > 0$ 。
- **时间优先**：先挂先成交。展示成本 C /单位 (无论成交与否都付)。
- q_k = 累计深度 (在价格 A_k 及以下供给的累计量)。

均衡 (零利润条件)

- 每个 tick 上供给限价单直到最后一单位零利润：

$$**P(x \geq q_k) \cdot [A_k - E[v|x \geq q_k]] - C = 0**$$

- 解得： $A_k = E[v|x \geq q_k]$ (逆向选择) + $C/P(x \geq q_k)$ (执行风险)
- 注：实际要解的是给定外生 tick 价格 A_k 求内生深度 q_k 。

示例 1：二值 v

- $v \in \{v_H = \mu + \sigma, v_L = \mu - \sigma\}$ 各 1/2。一个交易者：概率 π 为知情投机者 (知道 v)， $1 - \pi$ 为噪声交易者 (买卖等概率，用大单 x_L 或小单 x_S 等概率， $C=0$ ，价格连续)。
- 找均衡 $q_1 = x_S, q_2 = x_L, \mu < A_k < A_k < v_H$ 。
- 投机者：若 $x > x_L$ 会暴露自己——从不最优。 $v=v_H$ 时买 x_L 单位； $v=v_L$ 时卖 x_L 。
- 为什么投机者不缩小订单 (shading)？因为买更多不会恶化前面单位的成交价 (LOB 中前序单位按已挂价格成交)，与做市商市场不同。
- 均衡价格： $A_k = E[v|x \geq x_S] = \mu + \pi\sigma$ ； $A_k = E[v|x \geq x_L] = \mu + 2\pi/(1+\pi) \cdot \sigma$ 。
- 评论：本例 tick 不是外生固定的，而是内生出现的 (来自噪声交易者策略的离散性——人为假设)；重点在逆向选择导致深度有限：价格随订单规模上升，不是因为知情交易者信息更强 (Kyle)，而是因为给定订单规模时是噪声交易者的相对概率在下降。

示例 2：指数分布订单

- 市价单 $f(x) = (\theta/2)e^{(-\theta|x|)}$ ；价格冲击简化为 $E[v|x] = \mu + \lambda x$ (λ 度量订单流的信息含量，约化形式建模逆向选择)；存在提交成本 C 。
- 求 A_k 与 q_k 的关系： $E[v|x \geq q_k] = \mu + \lambda(1/\theta + q_k)$
- 零利润条件： $e^{(-\theta q_k)/2} [A_k - \mu - \lambda(1/\theta + q_k)] - C = 0$
- $A_k = \mu + \lambda(1/\theta + q_k) + 2C/e^{(-\theta q_k)}$
- (实际需要的反向关系——给 A_k 求 q_k ——难有闭式解。)

实证证据

- 用斯德哥尔摩交易所日内 LOB 快照 + 市价单数据 GMM 估计：零利润条件被拒绝——LOB 不够深，无法把平均期望利润压到零。
- 最优买卖价的估计执行成本为负：这些限价交易者对交易有内在偏好 (如今很多交易所确实给限价单负执行费以激励流动性供给)。

3. 市场设计 (Tick 大小)

- 时间优先 = 价格优先之后的第二优先规则。
- 限价交易者在 A_k 的利润：边际 (最后一单) 零利润；非边际 (inframarginal) 严格为正——因为①成交概率更高；②市价单的信息含量更弱。
- 减小 tick 会降低这种利润 → 长期会赶走限价交易者、降低深度；但也会缩小价差 (设计目标) 并降低对手方 (流动性吃单者) 的交易成本。
- 赶走限价交易者还有动态后果：LOB 成交后补充更慢 → 市价单更常以非竞争价格成交。
- 实证 (纽交所 1997 年 tick 从 \$1/8 到 \$1/16)：小单交易成本下降，大单不确定——符合理论预测 (价差变小、深度变小)。

4. 优先规则 (Priority rules)

- Pro-rata 分配 (同 tick 按规模比例成交，而非时间优先)：所有订单期望利润必须为零 (而非严格为正) →

所有订单成交概率更低 → 同样导致长期流动性供给减少、LOB 弹性（快速补单能力）下降。

- Pro-rata 规则用于领先的短期利率电子期货市场和两年期美债（注意：这是期货市场现实！）。

5. 混合市场 (Hybrid market: 做市商 + LOB)

- 做市商可在服务订单前观察交易规模 x ，可以按 $E[v|x=q]$ 定价（而非 LOB 用的 $E[v|x \geq y]$ 的平均），小单上尤其有利可图。
- 但这种做市商的存在**破坏了 LOB 分析**：盈利的限价单被"挑走" (picked off) → 限价交易者按旧策略将亏损 → 改变策略或退市；流动性需求者也可能改变交易行为。

示例：混合市场的后果

- 不知情做市商观察到订单 x ：看到 $x = x_S$ 就知道是噪声交易者 → $E[v|N] = \mu$ ，可在略低于 $A \square^H$ 处成交赚 $A \square^H - \mu$ 。
- 因此只有大单 x_L 被送到 LOB。LOB 交易者预期这一点 → 把任何到达 LOB 的订单都按大单定价： $E[v|x \geq x_S] = E[v|x \geq x_L] = \mu + 2\pi/(1+\pi)\sigma \square$ ** $A \square^H = A \square^H = \mu + 2\pi/(1+\pi)\sigma^*$ 。
- ** $A \square^H > A \square$ 、 $A \square^H = A \square$ ：混合市场比纯 LOB 更不流动**。
- 公平地说：好时期（LOB 厚）加做市商降低流动性；坏时期（LOB 空）加做市商无害且增流动性。**做市商 = 市场的流动性保险**。
- 银行和系统性内部化者（dark pool）可扮演做市商：挑走好订单、把剩下的转发到市场。近年监管严格限制了银行/平台的内部化程度。
- 该分析依赖的隐含假设：做市商对 LOB 有完全时间优先权（能削价）、做市商是垄断者（竞争性做市商结论不同）、市价单揭示了足够信息（若拆分订单交易，做市商优势消失）。

6. 总结

- **旨在改善市场流动性的监管可能因扭曲交易者激励而适得其反** ("unintended consequences") 。

第 11 讲：限价订单簿 LOB (三) (FPR 6.3–6.4)

1. 动态分析：市价单 vs 限价单的选择

- Glosten 分析是静态的——交易者没有"制造/消费流动性"的选择。
- MO/LO 选择取决于：① 价格差异 (=买卖价差)；② 限价单的执行概率（取决于 LOB 当前状态，还取决于下一交易者的 MO/LO 选择.....）；③ 限价单面临的逆向选择（取决于谁与我的限价单成交，又取决于下一交易者的信息与 MO/LO 选择.....）。

2. Foucault 模型 (简单版)

设定

- 外生价格： $A > v > B$ (买卖价外生给定)。每期一个战略交易者，选择限价单或市价单（一单位）。

- 限价单有效一期后被自动取消；选择取决于限价单被下一交易者市价单"击中"的概率。
- 估值 $v + y$, $y \sim U[-Y, Y]$ 是个人特有的估值（私人、跨交易者独立）； v 公共已知。
- 噪声交易者：众多且有耐心，总在 A （限价卖）和/或 B （限价买）挂单，排在战略交易者之后。

利润（记 P_M^B 、 P_M^S 为下一交易者下市价买单/卖单的内生概率）

- 市价卖： $B - (v+y)$ ；限价卖： $(A - v - y) \cdot P_M^B$ ；限价买： $(v + y - B) \cdot P_M^S$ ；市价买： $v + y - A$ 。
- 限价单越容易成交越有吸引力 $\rightarrow$ 现实（本模型外）中这导致订单簿自动补单（弹性/resiliency）。

分析

- 找平稳均衡（ A 、 B 、 P_M^B 、 P_M^S 恒定）。
- 存在阈值 y_0 、 $\hat{y}$ 、 $\square$ ：最优订单选择
- $y \in [-Y, y_0] \rightarrow$ 市价卖
- $y \in [y_0, \hat{y}] \rightarrow$ 限价卖
- $y \in [\hat{y}, \square] \rightarrow$ 限价买
- $y \in [\square, Y] \rightarrow$ 市价买
- **交易需求越急迫（极端 y ）用市价单；有耐心的用限价单**。
- $P_M^S = P(-Y \leq y \leq y_0) = (y_0 + Y)/2Y$ ； $P_M^B = P(\square \leq y \leq Y) = (Y - \square)/2Y$ 。
- 三个无差异条件（ y_0 处市价卖=限价卖； $\hat{y}$ 处限价卖=限价买； $\square$ 处限价买=市价买）解出阈值。
- 数值例（ $v=0, Y=2, A=1, B=-1$ ）： $y_0 = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{33}) \approx 1.4$, $\hat{y} = 0$, $\square = \frac{1}{2}(\sqrt{33} - 3) \approx -1.4$ ；下期市价单概率 = $(2 - 1.4)/(2 \cdot 2) = 0.15$ 。
- 价差很大（ $A - B = 2$ ）时，限价单交易者愿意接受低执行概率（15%）换取更好价格。

动态分析结论

- 交易发生在买卖双方相遇并同意条款时；交易所把买卖双方聚到一起。
- **急性子交易者积极搜寻（用市价单）；有耐心的交易者被动、提供流动性（用限价单）**。
- 普通交易者可以用限价单：① 与做市商竞争，把提供流动性当作一项独立盈利活动；② 以承担不成交风险为代价降低交易成本。例：大型机构交易者平均交易成本约 0.015%——比报价价差小几个数量级，据说就是靠限价单降低价格冲击。
- LOB 是动态的：影响订单选择。

3. 带逆向选择的动态模型

- 上面的分析只关注不成交风险，忽略逆向选择：私有信息者会"挑走"限价单（pick off），或随时间到达的公共新闻让所有未来交易者更有信息。
- 有趣的价差动态（相对于 μ_t 波动率 σ ）： σ 增大 $\rightarrow$ 被挑走的风险更大（限价单吸引力下降）但执行风险更低（限价单吸引力上升）**——双向权衡。
- 注意：逆向选择只影响限价单（市价单即时成交）。

公共信息的问题与对策

- **监控成本**：限价交易者不持续盯新闻，订单就会被挑走。监控降低逆向选择但有成本。

- ****钉住限价单 (pegged limit orders) ****: 锚定另一证券/市场, 锚定价格变动时自动重新定价——另一种保险工具, 部分交易所所有。
- ****算法交易****: 自动监控相关变量并按需重挂限价单; 但同时加快了被挑走的速度——双刃剑。
- **★** 当然, 避免被挑走的最好方法是****自己先知情****。数据显示限价单携带信息 (有人用限价单比市价单还多); 有模型让知情交易者根据簿的厚薄同时用 MO 和 LO。

第 16 讲: 算法交易、高频交易与区块链

1. 数字市场

- 金融系统有自己的"摩尔定律": 1929–2009 美股总市值每十年翻一番; 道指成交量每 7.5 年翻一番, 最近十年加速到每 2.9 年翻一番 (接近半导体行业增速)。
- 数字革命重塑金融市场: 指数基金、自动化套利、自动执行与自动做市都只有靠计算机才可能。
- 墨菲定律同样成立: 故障规模空前 (Kirilenko & Lo 2013 讲五个事故)。

2. 机构算法交易

- 算法用于: HFT、更好的对冲 (自动化)、更好的执行 (**订单拆分**).
- "母单" (parent order) 被算法拆成许多"子单" (child order) 路由到各市场。
- 关键数据 (Beason & Wahal 2019):
- 平均母单在 84 分钟内交易约 \$287,000, 占该时段成交量的 4.80%;
- 平均每个母单 63.1 轮 (总时长约 10 分钟), 每轮 8.8 个子单;
- 3 亿子单中****市价单不到 0.40%****; 散户市价单使用率超过 50%!
- 约 80% 是限价单, 约 20% 是 PEG 单 (动态钉住 NBBO 的暗限价单);
- 限价单中 24% 可成交 (marketable)、65% 被动、其余在价差内;
- 很多订单不成交 (连可成交的都算上); 成交的中位等待时间 5ms;
- ****即使未成交的订单也有价格冲击****。

3. 高频交易 (HFT) 概述

- 高速的计算机化算法交易: 最快的参与者抢先利用机会。
- 速度为王: 2010 年芝加哥-新泽西 (纳斯达克) 铺设了 3 亿美元的光缆。
- 无处不在: 估计占美国成交量 50%+、欧洲 25%+。
- 对市场的影响仍未被很好理解: 实证少、理论模型更少。

4. Biais, Foucault & Moinas (2015)——投资速度的模型

模型

- 连续统的利润最大化金融机构 (i), 零禀赋, 交易一单位。
- 时间 $\tau \in \{0, 1, 2\}$ 。资产价值 $u_i = v + y_i$: v 为基本面价值, y 为机构私人价值。
- 基本面 $v \in \{\mu - \epsilon, \mu + \epsilon\}$ 等概率, $\tau=2$ 实现; 私人价值 $y_i \in \{\delta, -\delta\}$ 等概率、跨机构 i.i.d., $\tau=1$ 观察到。交易发生在 $\tau=1$ 。
- HFT: 比例 α 的机构在 $\tau=0$ 投资成为 HFT (快机构)。

- ****快机构信息更好****: $\tau=1$ 就知道 v ; 慢机构 $\tau=2$ 才知道。快机构必能找到交易机会, 慢机构只有概率 $\rho < 1$ 。
- $\tau=1$ 内部时序: ① 观察 y_i (快机构还观察到 v) ; ② 是否找到交易机会, 若有则选择买/卖/不做 (一单位) : $d_i \in \{-1,0,1\}$; ③ 流动性提供者以价格 $E(v|d_i)$ 执行订单 (做市商竞争 + 无总订单流透明度) 。

均衡

- 快机构类型: GH (好消息+高私人估值)、GL (好消息+低估值)、BH、BL; 慢机构: H 或 L。
- 多个均衡 (自我实现预期, 由内生价格造成) :
- ****P1**** ($\mu \leq a < \mu + \epsilon - \delta$) : 好消息快机构总是买, 慢机构高估值买;
- ****P2**** ($\mu + \epsilon - \delta < a < \mu + \delta$) : 好消息+高估值才买, 信息冲突时不交易;
- ****P3**** ($a = \mu + \epsilon$) : 只有好消息+高估值快机构买, 其他被****挤出****。
- P3 总是存在 (做市商认为只有快机构交易 $\rightarrow a$ 高 $\rightarrow$ 只有快机构值得交易) 。
- P1 存在当 $\alpha < \alpha_{P1} \equiv \rho(\epsilon - \delta) / [\rho(\epsilon - \delta) + \delta]$, 且 $\alpha < \alpha_{P1}$ 时 P1 帕累托占优。

收益与福利

- 快机构收益 $\pi_F(\alpha) = (1-\alpha)\rho / [\alpha + (1-\alpha)\rho] \cdot \epsilon$, 随 α 递减; 慢机构收益 $\pi_S(\alpha) = \rho(\delta - \alpha) / [\alpha + (1-\alpha)\rho] \cdot \epsilon$, 也随 α 递减。
- **★ **所有交易者类型都因快交易者比例上升而受损**** (在帕累托占优均衡中) : 快机构受损因为价格冲击更大 (逆向选择更强) ; 更高的价格冲击把慢机构挤出市场。
- 更多 HFT 对现有交易者总是"坏"的, 但对转为 HFT 的机构有利。
- 实证佐证 (Shkilko & Sokolov 2020) : HFT 受扰时期逆向选择更弱、交易成本更低。

技术获取的内生化

- $\tau=0$ 花成本 C 可成为快机构; 市场大小 N 连续统, 类型 n 的机构可参与 $n \leq N$ 个市场。
- 投资条件: $\pi_F(\alpha) \cdot n - C \geq \pi_S(\alpha) \cdot n \Leftrightarrow n \geq C / [\pi_F(\alpha) - \pi_S(\alpha)] \equiv n^*(\alpha)$ 。
- 不动点: $\alpha = P(n \geq n^*(\alpha)) = (N - n^*(\alpha)) / N$ 。均衡中 $\partial \alpha / \partial C < 0$ 。
- ****福利结论**: 若 $\rho > 1/2$ (市场匹配交易机会的能力足够好) , 福利最优的 $\alpha = 0$ ——均衡中 HFT 过多******。
- 原因: HFT 的效果 = 更多交易机会 (个人+社会收益) + 关于 v 的私人信息 (个人收益、社会成本——所有人的价格都变差) 。

BFM 结论

- 快速交易加剧逆向选择, 但对个人有吸引力; 市场匹配能力已较好时, 快速交易可能严格损害福利。

5. Budish, Cramton & Shim (2015)——HFT 军备竞赛与批量拍卖

三个要点

1. ****相关性消失****: 时滞足够短 (时间间隔极小) 时, 几乎相同资产之间的相关性崩溃;
2. ****套利****: 这产生套利机会;
3. ****永久存在****: 这些套利机会不随时间消失, 说明竞争不会使其消失。

实证：ES 与 SPY

- ES (标普 500 期货) 与 SPY (标普 500 ETF) 理论完全相关。按日看相关性高；按分钟看相关性下降；**按高频间隔看相关性崩溃**。套利利润非常稳定，总计约 \$7500 万/年。

连续市场模型

- 信号 y 与价值 x 完全相关， y 服从复合泊松 (跳跃率 λ_{jump} ，跳跃大小 $J \sim F_{\text{jump}}$)。
- 噪声交易者按泊松到达 (λ_{invest})，想买卖一单位，有延迟成本 $\rightarrow$ 用可成交限价单 $\approx$ 市价单。
- N 家 HFT 用市价单或限价单；同时到达的订单/消息由均匀随机抽签决定处理顺序。
- 均衡：1 家 HFT 内生充当做市商 (MM)， $N-1$ 家当“过期报价狙击手” (stale quote snipers)。
- MM 报价：信号 y 时 $a = y + s/2$ ， $b = y - s/2$ (s 为价差)。新闻到达新信号 y' 时撤旧挂新。噪声交易者接收新闻较慢。
- 狙击手在 $|y' - y| > s/2$ 时交易。
- MM 流量利润 $= \lambda_{\text{invest}} \cdot s/2 - \lambda_{\text{jump}} \cdot P(J > s/2) \cdot E[J - s/2 | J > s/2] \cdot (N-1)/N$ ；狙击手利润 = 后半项 $\cdot 1/N$ 。
- 均衡条件 (MM 与狙击手无差异)： $\lambda_{\text{invest}} \cdot s/2 = \lambda_{\text{jump}} \cdot P(J > s/2) \cdot E[J - s/2 | J > s/2]$ 。
- **缺乏竞争：价差 s 不依赖于 N **——HFT 数量再多也不收窄价差！

连续 vs 批量拍卖

- 结论：即使没有 (真正的) 信息不对称，连续市场也有正价差 ($N \rightarrow \infty$ 亦然) ——**市场失败内生于处理机制**。
- 解决方案：**频繁批量拍卖 (frequent batch auctions)**——每 τ 时刻拍卖一次 (如 $\tau = 0.1s$)。
- 快机构时滞 δ_{fast} 、慢机构 δ_{slow} ，三个区间：① $[0, \tau - \delta_{\text{slow}}]$ 所有机构都交易、无逆向选择；② $[\tau - \delta_{\text{slow}}, \tau - \delta_{\text{fast}}]$ 只有快机构、有逆向选择；③ $[\tau - \delta_{\text{fast}}, \tau]$ 没人交易 (无效率)。
- 效果：原来快交易者永远占优，现在只在 δ/τ 的时间内占优。若 $\delta = 100$ 微秒、 $\tau = 100$ 毫秒 $\rightarrow \delta/\tau = 1/1000$ ——HFT 重要性大幅下降。

HFT 总结

- **速度的效应与知情交易的效应类似**；
- 连续交易机制**内生地**创造套利机会；
- 机构在速度上过度投资以攫取这些套利利润；
- 被狙击的风险推高价差；
- HFT 虽可充当流动性提供者，但并未真正收窄价差；
- 用更好的市场设计 (批量拍卖) 改善。

6. 区块链与加密货币

- 区块链 = “分布式账本”技术；加密货币用区块链记录代币交易。
- 卖点：**去中心化** (没有交易所从交易者身上盈利 $\rightarrow$ 更低的订单成本；原则上不经过交易所也能交易)；**透明** (交易历史、订单流、对手方历史可见——注意：几乎没有匿名性，与宣传相反)；**智能合约** (天生算法化)。

- 缺陷: ****处理能力有限**** (区块大小与频率基本固定: Visa 1.5 亿笔/天 vs 比特币 30 万笔/天) ; *****订单成本与执行风险**** (要竞价让自己的交易进区块, 平均订单成本随时间波动; 矿工有抬价担忧——Lehar & Parlour 2020) ; ****延迟**** (比特币平均每 10 分钟一个区块) ; ****清算与结算**** (无可信中介时对手方风险与证券风险加剧) ; ****无透明度要求**** (更难强制公司/代币发行方披露) 。

- ****显示性偏好****: 最终用户只选①更便宜②更方便的。web3

收敛回集中式系统: 加密通过少数中心化交易所 (币安、Coinbase...) 交易; NFT 几乎只存在于 OpenSea/Rarible。

核心要点回顾 (实战视角):

1. ****价差三成分****: 订单处理成本 (暂时性冲击)、逆向选择 (永久性冲击)、存货风险 (中间价偏移)。看长期效应区分它们。

2. ****订单流信息性****: 价格是鞅 $\square$

有效; 可预测的订单流就是信息。知情交易暴露一半信息 (Kyle), 噪声交易是"掩护"。

3. ****LOB 定价****: 限价单边际价 $= E[v|x \geq q]$; 深度来自逆向选择+执行风险的权衡; tick 大小是双刃剑。

4. ****限价单策略****: 耐心用 LO 赚取流动性溢价, 急迫用 MO; 防被挑走 (监控、peg、算法) 。

5. ****HFT 视角****: 连续市场内生套利机会; 你交易的就是这个结构; 速度劣势者的对策是理解逆向选择何时最强 (新闻期) 。